

一种改进的量子多目标蚁群优化算法

杨 剑¹, 张敏辉²

(1 电子科技大学 成都学院, 四川 成都 611731; 2 四川教育学院, 四川 成都 611130)

摘 要: 提出一种新的量子多目标蚁群算法. 在蚁群算法的基础上引入量子理论, 将量子计算与蚁群进行融合, 并用于求解多目标问题. 该算法的核心是在蚁群中引入量子算法中的量子态矢量和量子旋转门来分别表示和更新信息素. 该算法在全局寻优能力和种群多样性方面比蚁群算法有所改进, 测试表明: 该算法是求解多目标问题的一种有效的算法.

关键词: 多目标问题; 量子计算; 蚁群算法; 背包问题

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2011)11-0114-04

An Improved Multi-Objective Ant Colony Optimization Algorithm of Quantum

YANG Jian¹, ZHANG Min-hui²

(Chengdu College, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611130, China;

(Sichuan Institute of Education, Chengdu 611130, China)

Abstract: Proposed a new quantum multi-objective ant colony algorithm. In the ant colony algorithm based on the introduction of quantum theory, quantum computation and ant colony fusion, and for solving multi-objective problem. The core of the algorithm is introduced in the colony quantum quantum algorithm and quantum state vector, respectively, and the revolving door to update the pheromone. The ability of global optimization algorithm and population diversity than improved ant colony algorithm, the algorithm was tested, the results shows that the algorithm for solving Multi-objective problem is an effective algorithm.

Key words: multi-objective problem; quantum computing; ant colony optimization; knapsack problem

1 引言

1991 年意大利学者 M. Dorigo 等人首先提出一种模拟蚂蚁行为进行优化的新的启发式优化算法—蚁群算法 (ant colony optimization, ACO)^[1]. 该算法已成功地应用于一系列组合优化问题求解中^[2]. 多目标优化问题通常认为总目标最优是由权衡一个总目标下的多个目标的优化来达到的, 要求大尺度、高纬度, 需要考虑各个子目标的权重, 而传统优化方法对目标函数形式要求更为苛刻^[3]. 在这个方面得到较好应用的算法有遗传算法、模拟退火算法、禁忌算法、神经网络算法等^[4-6]. 20 世纪 80 年代初 Fey-

nman 提出了量子计算的概念, 1994 年 Shor 提出大数质因子分解算法, 1996 年 Grover 提出无序数据库的量子搜索算法, 量子计算迅速成为研究的热点^[7-9]. 文中在蚁群算法的基础上引入量子理论, 将量子计算与蚁群进行融合, 并用于求解多目标问题; 提出一种新的量子多目标蚁群算法. 仿真实验证明了算法的有效性, 该算法能够快速发现全局最优解, 能加快收敛速度.

2 多目标优化问题简介

最优化处理是在一堆可能选择中搜索目标最优解的问题^[10]. 当只考虑一个目标时, 就是单目标优

化问题,过去的 50 多年中它已经被深入研究.而当目标多于一个且各目标之间的改善可能相互抵触,但又要同时处理时,因此出现了多目标优化问题 (Multiojective Optimization Problem, MOP),多目标优化问题可以如下描述^[11-13]:

$$\max\{z_1 = f_1(x), z_2 = f_2(x), \dots, z_q = f_q(x)\} \quad (1)$$

$$\text{s. t. } g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

式中, $x \in R^n$ 表示带有 n 个决策变量的向量, $g_i(x)$ 表示 m 个不等式约束函数, $f_i(x)$ 表示目标函数,它们组成可行解区域.有时要用图形来表示决策空间和判据空间中的多目标优化问题.

$$Z = \{z \in R^q \mid z_i = f_1(x), z_2 = f_2(x), \dots, z_q = f_q(x), x \in S\} \quad (3)$$

式中, $z \in R^q$ 表示带有 q 个目标函数的向量, S 表示决策空间中的可行区域, Z 表示判据空间中的可行区域.

多目标优化问题和单目标优化问题之间有很大的区别.当有单个目标时,人们寻找最好的解是比其他所有的解都要好的;但当有多个目标时,因目标之间可能相互冲突,所以在所有目标上都是最优的解是不一定存在的.一个解可以是某个目标的最优解,却可能是其他目标的最差解.所以当有多个目标时,一般会有一系列无法通过简单比较的解,这些解就叫做 Pareto 最优解 (Pareto Optimal solutions) 或是非支配解 (non-dominated solutions),它们无法在对任何目标函数改进的同时而不削弱至少一个其他目标函数.一个给定的判据空间 Z 中的非支配解在决策空间中的原象点是有效的或非劣的^[14-15].

一般情况下,多目标优化问题的 Pareto 最优解并不是单一的,而是一个集合,叫做 Pareto 最优解集.把相应的目标向量的图形表示叫做 Pareto 最优前端.由于多个目标之间存在冲突与竞争,使得 MOP 存在一个 Pareto 最优解集.实际问题的求解中,最后的决策方案是由决策者根据自身的喜好以及对问题的了解,挑选出来的一个或一些作为求解问题的最优解.由此得出,怎样尽可能多地获取问题的 Pareto 最优解或者如何构造 Pareto 集的一个较理想的近似逼近过程是求解多目标优化问题的关键^[16].

3 改进的量子多目标蚁群优化算法

(1) 量子门更新策略

算法中采用量子旋转门 $U(\Delta\theta)$ 更新个体.

$U(\Delta\theta)$ 定义如下:

$$U(\Delta\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) \\ \sin(\Delta\theta) & \cos(\Delta\theta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, $(\Delta\theta)$ 为旋转角, $(\Delta\theta)$ 的值太小会影响收敛速度,太大可能使结果发散或早熟收敛到局部最优解.因此,文中根据进化代数的不同,将 $(\Delta\theta)$ 的大小设置在 $0.1\pi \sim 0.005\pi$ 之间动态调整. $(\Delta\theta)$ 的具体计算如下:

$$\Delta\theta = 0.1\pi - \frac{0.1\pi - 0.005\pi}{n} \cdot t \quad (5)$$

其中, n 为整个进化过程中移民的总次数, t 为进化代数.

(2) 变异算子

为了避免算法早熟收敛与增加种群的多样性,将变异算子引入到算法中,使用一种量子变异操作来改进算法,下面是其具体步骤:

① 在量子种群中用概率 P_n 选取若干个量子染色体个体;

② 按确定的概率对选中的量子染色体个体确定一个或多个变异位;

③ 执行量子非门操作于选中位量子比特的几率.

变异算子就是用一个很小的概率随机改变个体的某些位而得到新个体.量子变异操作让原来倾向于坍塌到状态“0”的变为倾向于坍塌到状态“1”,反之亦然,实际上是将该量子染色体量子比特态叠加的状态改变了.

(3) 信息素产生与更新

信息素强度的更新思想就是将适应度函数的梯度信息融合到可见度中,使得越是优良的位置上其信息素强度越高,梯度越大的位置,可见度也越大.每只蚂蚁在每一步搜索完成之后,计算出适应度函数值和梯度值,由单位空间把当前位置映射到优化问题的解空间.

$$Ph_i(X) = [f_i(X) - f_i^{\min}] \cdot b \quad (6)$$

式(6)是信息素产生公式.式中 $f_i(x)$ 表示个体 x 的适应度, $f_i^{\min}$ 表示第 i 代个体中最小的适应度, b 是一常数,由实验得出在 $1 \sim 10$ 之间取值为佳,具体是由适应度函数决定的, $Ph_i(x)$ 表示第 i 代源中心点个体 x 的产生的信息素.下面是信息素扩散公式:

当 $s < r$ 时:

$$Ph_i(X) = Ph_i^{\min} + ph_i(X_0) \cdot ((r-s)/r) \quad (7)$$

当 $s \geq r$ 时:

$$Ph_i(X) = Ph_i^{\min} \tag{8}$$

式中, s 是源中心点 x 与 x_0 两点的距离, r 是源的扩散半径, $Ph_i(x)$ 是源中心点 x_0 在染色体 x 处扩散的信息素, $Ph_i^{\min}$ 是第 i 代染色体中存在的最小信息素。

某一点 x 的源扩散的信息素是由离该点最近的源中心点个体 x_0 扩散得到. 因为信息的扩散是一个圆锥模型, 使距离源中心点越近的个体, 信息素就越浓, 越远就越淡, 而各个体又有一个最小信息素, 所以每个个体都有可能被选入下一代种群。

(4) 算法流程

Begin $t = 0$;
(1) 初始化 $P_N(t)$;
(2) 使 $R_N(t)$ 的状态通过观察 $P_N(t)$;
(3) Do
 Begin
 $t = t + 1$
 ① 评估 $R_N(t)$, 得到适应(j) 和排序的 $P_N(t)$;
 ② 复制之前 p 的解和进行量子变异;
 ③ 通过观察 $P_{N+p}(t)$ 得到 $R_{N+p}(t)$ 的状态
 ④ 评估 $R_{N+p}(t)$, 得到适应 $t(j)$ 并排序, 得到最好的 $R_N(t)$;
 ⑤ 使用量子门更新 $P(t)$;
 While (Not termination)
 End;
(4) 得出最好的 $R_N(t)$;
End.

4 仿真实验结果与分析

为测试算法的性能, 文中采用了 3 组常用的背包问题数据. 实验中选用背包个数分别为 2、3、4 个, 物品数目分别为 250、500、750. 并且找到类似的方法与文中算法进行性能上的比较, 选择了非支配排序遗传算法 (NSGA2) 和多目标蚁群算法 (MOA). 为了比较的公平性, 文中算法和 NSGA2 和 MOA 算法采用相同的参数设置, 而且在每组背包问题数据中均迭代相同的次数. 实验针对 9 个背包问题分别运行 NSGA2、MOA、QM 运行各 100 次, 并记录各算法每次运行函数 C 的值与函数 S 的值. 图 1 给出了对背包问题 (2, 750) 某次实验得到的 Pareto 最优前端解的分布情况. 表 1 给出了三种算法均进行 100 次测量后在函数 S 上的平均比较结果. 表 2 给出了三种算法均进行 100 次测量后在函数 C 上的平均比较结果。

图 1 分别为三种算法运行 100 代后非支配解的分布情况. 可以看出 QM 的搜索空间比 MOA 和

NSGA2 更为广阔, 得到的解质量也就更好。

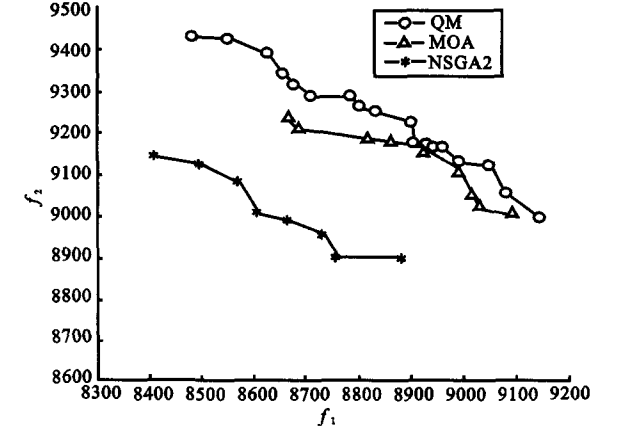


图 1 (2,750)背包问题
表 1 算法性能比较(S 值)

MKP	S(NSGA2)	S(MOA)	QM
(2,250)	8.201e07	8.254e07	8.605e07
(2,500)	3.043e08	3.344e08	3.503e08
(2,750)	6.701e08	7.356e08	7.460e08
(3,250)	6.801e11	6.844e11	6.860e11
(3,500)	5.110e12	5.333e12	5.426e12
(3,750)	1.700e13	1.735e13	1.850e13
(4,250)	5.103e15	5.135e15	5.240e15
(4,500)	7.217e16	7.253e16	7.360e16
(4,750)	3.603e17	3.555e17	3.920e17

表 2 算法 C 性能比较

MKP	C(文中算法, QM)	C(NSGA2, QM)	C(QM, MOA)	C(MOA, QM)
(2,250)	1.0	0	0.9321	0
(2,500)	1.0	0	0.9843	0.0001
(2,750)	1.0	0	1.0	0
(3,250)	1.0	0	1.0	0
(3,500)	1.0	0	0.9877	0
(3,750)	0.9987	0	0.9934	0.0003
(4,250)	0.9923	0.0002	0.9921	0.0001
(4,500)	0.9931	0.0004	0.9922	0.0002
(4,750)	0.9911	0.0055	0.9998	0.0013

从表 1 中对比得出, 各个算法对实验的 9 个背包问题各运行 100 次后, QM 得到的 S 的平均值最大, 也就是 QM 算法得到的 Pareto 最优解集的多样性更好, 分布更均匀. 从表 2 中对比得出, 一般情况下表现最好的都是量子蚁群多目标进化算法, 证明

了文中采用的旋转门调整策略是成功的,能有效避免算法陷入局部最优和防止早熟.文中算法在问题复杂度的增加上,表现还是很不错的,所以在求解复杂多维问题时,量子蚁群多目标进化算法更加适合.

5 结束语

文中提出一种新的量子多目标蚁群算法.在蚁群中引入量子算法中的量子态矢量和量子旋转门来分别表示和更新信息素.该算法在全局寻优能力和种群多样性方面比蚁群算法有所改进,对算法进行了测试,得到了与现有文献结果相同或更好的解,表明该算法是求解多目标问题的一种有效的算法.

参考文献:

- [1] 段海滨,王道波,于秀芬. 蚁群算法的研究进展评述[J]. 自然杂志,2006,28(2):102-105.
- [2] 朱庆保. 蚁群优化算法的收敛性分析[J]. 控制与决策,2006,21(7):763-766.
- [3] 刘淳安. 基于进化机制的动态多目标优化方法[J]. 微电子学与计算机,2009,26(1):169-172.
- [4] Zitzler E, Thiele L. Comparison of multi-objective evolutionary algorithms: empirical results [J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173-195.
- [5] Deb K, Agrawal S, Pratap S, et al. Fast elitist nondominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization[C]// NSGA2. LNCS. Australia, 2000: 849-859.
- [6] Zitzler E, Thiele L. Multi-objective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach [J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257-271.
- [7] Fonseca C M, Fleming P J. Genetic algorithms for multi-objective optimization: formulation, discussion and generalization[C]// proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms. Cambridge, 1993: 416-423.
- [8] Fonseca C M, Fleming P J. Multi-objective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms—Part I: a unified formulation [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, & Cybernetics Part A: Systems & Humans, 1998 (28): 26-37.
- [9] 叶雪梅,田甜,陈柏松. 求解多目标优化问题的 GTSPA 混合算法[J]. 微电子学与计算机,2010,27(6):167-173.
- [10] 李阳阳,焦李成. 量子免疫克隆多目标优化算法[J]. 电子与信息学报,2008,30(6):1368-1371.
- [11] 唐欢容,蒋浩,郑金华. 量子多目标进化算法研究[J]. 计算机工程与应用,2007,43(13):45-48.
- [12] 王凌. 量子进化算法研究进展[J]. 控制与决策,2008,23(12):1321-1326.
- [13] 熊焰,陈欢欢,苗付友,等. 一种解决组合优化问题的量子进化算法 QEA[J]. 电子学报,2004,32(11):1855-1858.
- [14] Li Panchi, Li Shiyong. Quantum-inspired evolutionary algorithm for continuous space optimization [J]. Chinese of Journal Electronics,2008,17(1):80-84.
- [15] Kuk-Hyun Han, Jong-Hwan Kim. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem [C]// Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation. USA, California, 2000, 1354-1360.
- [16] 李密青,郑金华,谢炯亮,等. 一种 MOEA 分布度的逐步评价方法[J]. 电子学报,2008,36(10):1986-1991.

作者简介:

杨 剑 男,(1975-),硕士,讲师.研究方向为计算机软件和数据库.

张敏辉 硕士,讲师.